

Statystyczna kontrola procesu – karty kontrolne Shewharta.

Każde przedsiębiorstwo produkcyjne, dąży do tego, aby produkty które wytwarza były jak najlepszej jakości. W dzisiejszych czasach, to właśnie jakość pozwala utrzymać się na rynku, gdzie konkurencja jest bardzo duża. Ponieważ, jakość oznacza zarówno wydajność, niezawodność, trwałość, kompatybilność, czyli ogół właściwości obiektu wiążących się z jego zdolnością do zaspokojenia potrzeb stwierdzonych lub oczekiwanych, na potrzeby niniejszego referatu, zainteresowaniem zostanie objęta jedynie jakość wykonania, czyli zgodność wyrobu z wymaganiami projektu.

Ponieważ zmienne występujące w procesie sterowania jakością są zmiennymi losowymi, rola metod statystycznych odgrywa w niej dominującą rolę. Podstawowe znaczenie mają metody i narzędzia należące do tzw. wielkiej siódemki SPC (*magnificent seven od Statistical Process Control*) w skład której wchodzi:

1. diagram przebiegu procesu (*process flow diagram*)
2. **karta kontrolna** (*control chart*)
3. arkusz kontrolny (*checksheet*)
4. diagram Ishikawy (*cause and defect diagram, Fishbone diagram*)
5. diagram Pareto (*Pareto diagram*)
6. histogram (*histogram*)
7. punktowy diagram korelacji (*scatter plot*)

Podstawową rolę w działaniach sterowania jakością odgrywają karty kontrolne. Są to podstawowe i najwcześniejsze historycznie narzędzie SPC. Należą do metod bieżących kontroli jakości, a jednocześnie przy właściwym stosowaniu mają bardzo duże znaczenie przy poprawie jakości produkcji.

Praktyczne zastosowanie kart kontrolnych nastąpiło w 1924 roku w Bell Laboratories. Pomysł kart zawdzięczamy Walter'owi Shewhart'owi, od którego nazwiska nazywa się je często kartami kontrolnymi Shewhart'a (KKS). Wykorzystują one prawa rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej pozwalają wychwycić ewentualne rozregulowanie proces. Jeśli są takie sygnały, wówczas podejmuje się decyzję o ewentualnym przerwaniu produkcji i przeprowadzenia jego regulacji.

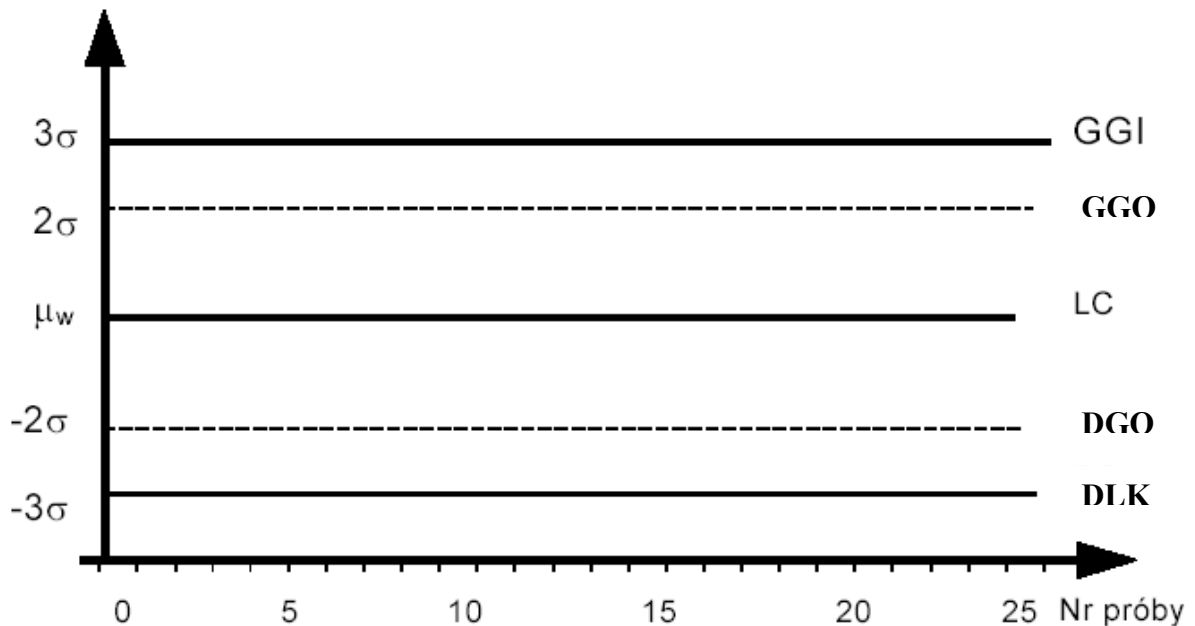
Projektowanie KKS opiera się na założeniu, że każdy proces jest poddawany działaniu dwóch rodzajów czynników zakłócających:

- naturalnych – są to czynniki nierozzerwalnie związane z procesem. Jest ich zazwyczaj wiele, ale żaden nie odgrywa dominującej roli,
- nieprzypadkowa – związana jest z przyczynami które można wyjaśnić np. zmęczenie robotników. Jest ona szczególnie niepożądana, ponieważ jest oznaką nieprawidłowego przebiegu procesu i znacznie obniża jakość.

Głównym elementem każdej karty kontrolnej jest diagram przeglądowy, służący do monitorowania procesu. Na osi poziomej, oznaczonej symbolem t , odkłada się numer kolejnej próbki pobranej do badania. Na osi pionowej odkłada się natomiast wartości obserwowanej charakterystyki. Charakterystyka ta jest zmienną losową. Istotnym elementem jest linia centralna (*center line*). Jest to najczęściej taka wartość charakterystyki, wokół której powinny losowo oscylować kolejne wartości parametru. Linia ta wyznaczana jest na podstawie tzw. próby pilotażowej, bądź wyznaczona z góry przez normy dotyczące danego procesu.

W zależności od potrzeb badania stosuje się dwustronny, bądź jednostronny schemat kontrolny. W takiej sytuacji na diagramie wykreśla się granice kontrolne (*control limits*). Graficzną prezentację konstrukcji kart kontrolnych przedstawiono na rysunku 1.1.

Rys. 1.1 Idea karty kontrolnej.



Źródło: Opracowanie własne

Decyzje podejmowane przy użyciu karty kontrolnej oparte są na podstawie weryfikacji hipotez statystycznych przy danym α . Należy podkreślić, że w miarę jak rosną wymagania jakościowe w stosunku do procesów i wyrobów rozszerza się również zakres stosowania nowoczesnych kart kontrolnych, określanych często kartami kontrolnymi z możliwością akceptacji procesu, a więc z określoną *explicite* wartością β .

W zależności od rodzaju produkcji, oraz wymagań dotyczących jakości stosuje się różne karty kontrolne lub inne bardziej zaawansowane techniki. Karty kontrolne można podzielić ze względu na rodzaj badanej cechy jak również liczbę kontrolowanych parametrów.

W zależności od rodzaju kontrolowanej cechy karty kontrolne dzieli się na:

- 1) karty kontrolne dla cech ocenianych liczbowo
- 2) karty kontrolne dla cech ocenianych alternatywnie

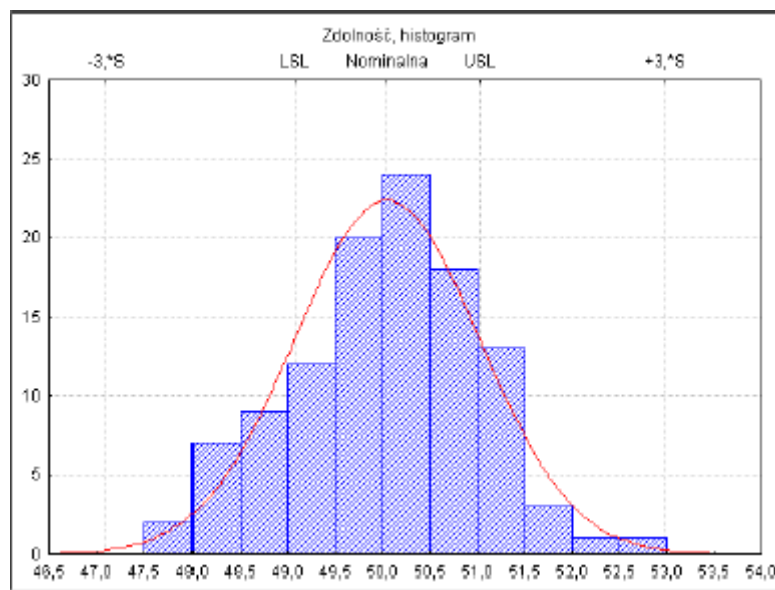
Karty dla cech ocenianych alternatywnie, stosuje się przy cechach jakościowych, ale możliwe jest wykorzystanie ich również przy kontroli cech mierzalnych, zwłaszcza gdy sam proces przeprowadzenia pomiaru jest długi bądź kosztowny. Niemniej jednak stosując skalę alternatywną traci się dużo informacji, które ograniczać mogą poszukiwanie zakłóceń procesu.

W zależności od liczby kontrolowanych parametrów karty dzieli się na:

- 1) jednorodowe
- 2) dwutorowe
- 3) wielotorowe

Dla kart jednorodowych konstruuje się jeden wykres dla obserwowanego parametru, a dla kart dwu i wielotorowych prowadzi się ich odpowiednio więcej.

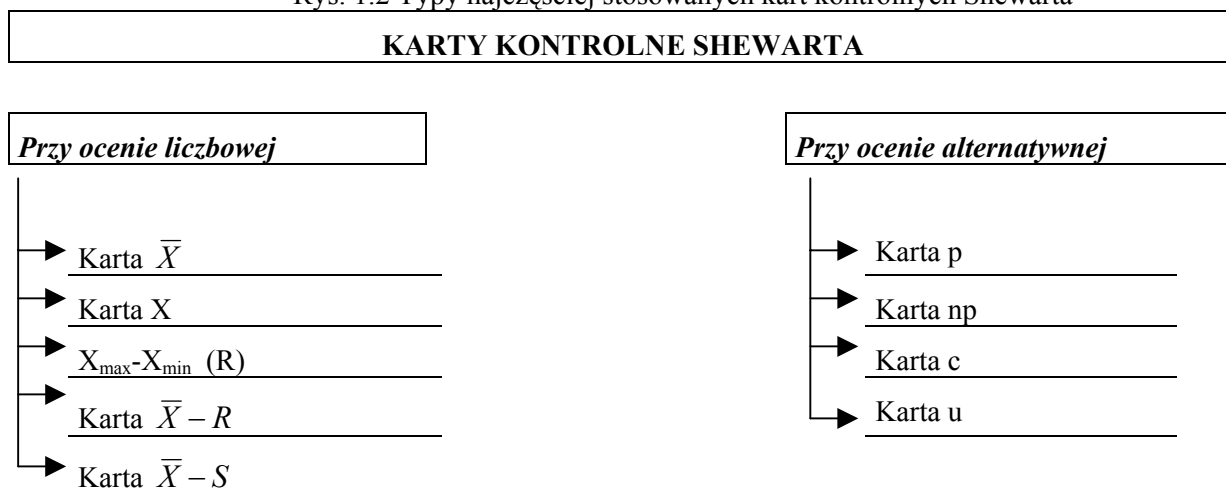
Większość kart zakłada iż rozkład cechy jest rozkładem normalnym.



Rys. 1.1. Badanie zgodności rozkładu z rozkładem normalnym

Typy najczęściej stosowanych kart kontrolnych Shewharta przedstawia rysunek 1.2.

Rys. 1.2 Typy najczęściej stosowanych kart kontrolnych Shewarta



Źródło: Opracowanie własne

Konstrukcja linii kontrolnych przy tworzeniu kart występuje w dwóch przypadkach. Mianowicie, gdy znamy parametry projektowe wyrobu (średnia, odchylenie, a także GLC i DLK) tzw. wartości normatywne, oraz gdy parametrów tych nie znamy i należy je oszacować. Najczęściej szacuje się średnią, odchylenie lub rozstęp. Estymatory wykorzystywane do wspomnianych parametrów są następujące:

$$1) \bar{x}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij} \quad x_{ij} - j\text{-ta obserwacja w } i\text{-tej próbie} \quad (1.1)$$

$$2) \hat{\sigma} = \frac{\bar{R}}{d_2(n)} \quad d_n(n) - \text{tzw. współczynnik Hartley'a (wartość stabilizowana)} \quad (1.2)$$

$$3) \hat{\sigma} = \frac{\bar{S}}{c_4(n)}, \quad \bar{S} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k S_i, \quad c_4(n) = \frac{4(n-1)}{4n-3} \text{ dla } n > 25 \text{ (wsp. korygujący)} \quad (1.3)$$

Zależność 2) może być stosowana w przypadku gdy liczebność próbki $n \leq 12$ (dla $n > 12$ rozstęp nie jest dobrym estymatorem zmienności) oraz gdy zmienność w próbie jest mniejsza od zmienności średniej między próbami.

Przy konstruowaniu linii kontrolnych dla poszczególnych, jak wspomniano wcześniej, istnieją dwa przypadki. Przy prezentacji poszczególnych kart, zostaną uwzględnione obydwie metody. Pierwsza z nich, gdy znane są wartości normatywne, czyli parametry rozkładu normalnego tj. μ oraz σ , oraz drugi, gdy tych wartości nie są znane, a zostaną oszacowane na za pomocą estymatorów (1.1)-(1.3). Dla wszystkich kart przyjęto obszar zmienności $\pm 3\sigma$.

Wyznaczenie linii kontrolnych dla Karty \bar{X}

1) dla znanych wartości normatywnych

$$GLK = m + 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad LC = m \quad DLK = m - 3 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

2) dla nieznanymi wartości normatywnych (szacowanie 1.1 oraz 1.2)

$$GLK = \bar{x} + \frac{3}{d_2(n)\sqrt{n}} \bar{R} = \bar{x} + A_2(n)\bar{R} \quad LC = \bar{x}$$

$$DLK = \bar{x} - \frac{3}{d_2(n)\sqrt{n}} \bar{R} = \bar{x} - A_2(n)\bar{R}$$

3) dla nieznanymi wartości normatywnych (szacowanie 1.1 oraz 1.3)

$$GLK = \bar{x} + 3 \frac{\bar{S}}{c_4(n)\sqrt{n}} = \bar{x} + A_3(n)\bar{S} \quad LC = \bar{x}$$

$$DLK = \bar{x} - 3 \frac{\bar{S}}{c_4(n)\sqrt{n}} = \bar{x} - A_n(n)\bar{S} \quad c_4(n) = \frac{4(n-1)}{4n-3}$$

Położenie linii kontrolnych na karcie \bar{X} obliczane jest na podstawie miar rozproszenia (odchylenia lub rozstępu). Dlatego jeśli nie można założyć niezmienności rozproszenia w czasie, konieczne jest prowadzenie dodatkowo karty kontrolnej S lub karty kontrolnej R.

Wyznaczenie linii kontrolnych dla karty S

1) dla znanych wartości normatywnych

$$GLK = c_4(n)\sigma + 3\sqrt{1-c_4^2(n)} = B_6(n)\sigma \quad LC = c_4(n)\sigma$$

$$DLK = c_4(n)\sigma - 3\sqrt{1-c_4^2(n)} = B_5(n)\sigma$$

$$B_5(n) = c_4(n) - 3\sqrt{1-c_4^2(n)} \quad B_6(n) = c_4(n) + 3\sqrt{1-c_4^2(n)}$$

2) dla nieznanymi wartości normatywnych (szacowanie 1.3)

$$GLK = \bar{S} + 3 \frac{\bar{S}}{c_4(n)} \sqrt{1 - c_4^2(n)} = \bar{S} B_4(n) \quad LC = \bar{S}$$

$$DLK = \bar{S} - 3 \frac{\bar{S}}{c_4(n)} \sqrt{1 - c_4^2(n)} = \bar{S} B_3(n)$$

$$B_4(n) = 1 + \frac{3}{c_4(n)} \sqrt{1 - c_4^2(n)} \quad B_3(n) = 1 - \frac{3}{c_4(n)} \sqrt{1 - c_4^2(n)}$$

Wyznaczenie linii kontrolnych dla karty R

1) dla znanych wartości normatywnych

$$GLK = d_2(n)\sigma + 3d_3(n)\sigma \quad LC = d_2(n)\sigma \quad DLK = d_2(n)\sigma - 3d_3(n)\sigma$$

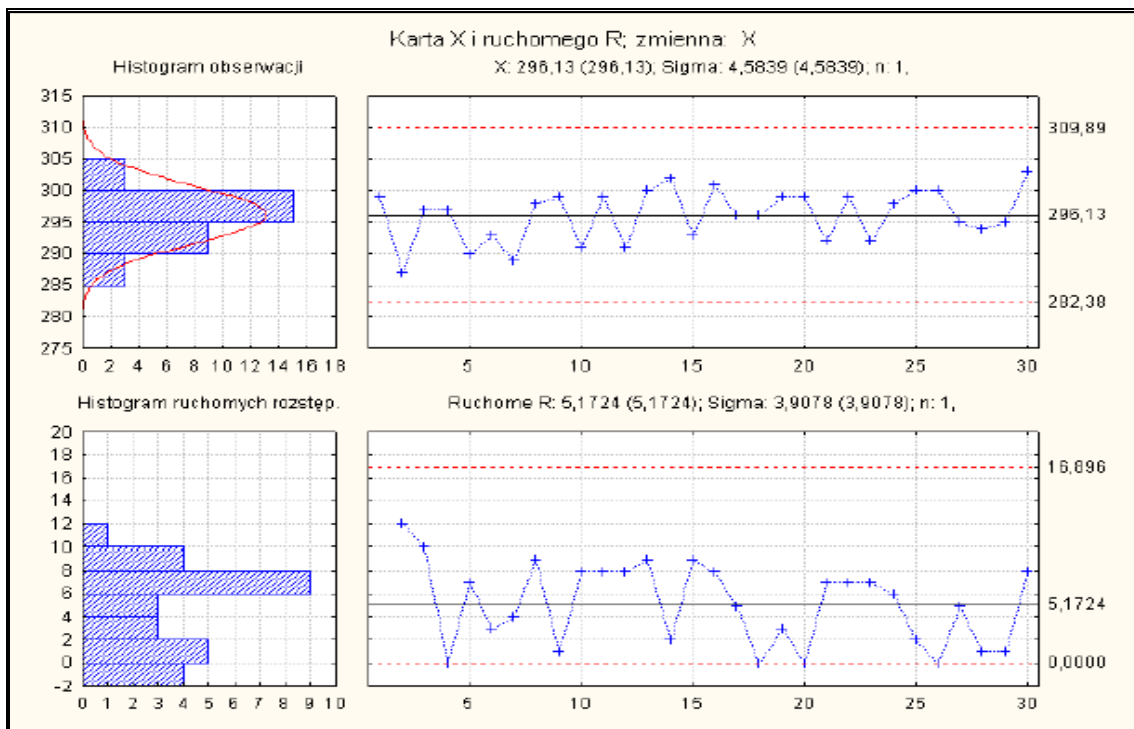
2) dla nieznanymi wartości normatywnych

$$GLK = \bar{R} + 3d_3(n) \frac{\bar{R}}{d_2(n)} = D_4(n)\bar{R} \quad LC = \bar{R}$$

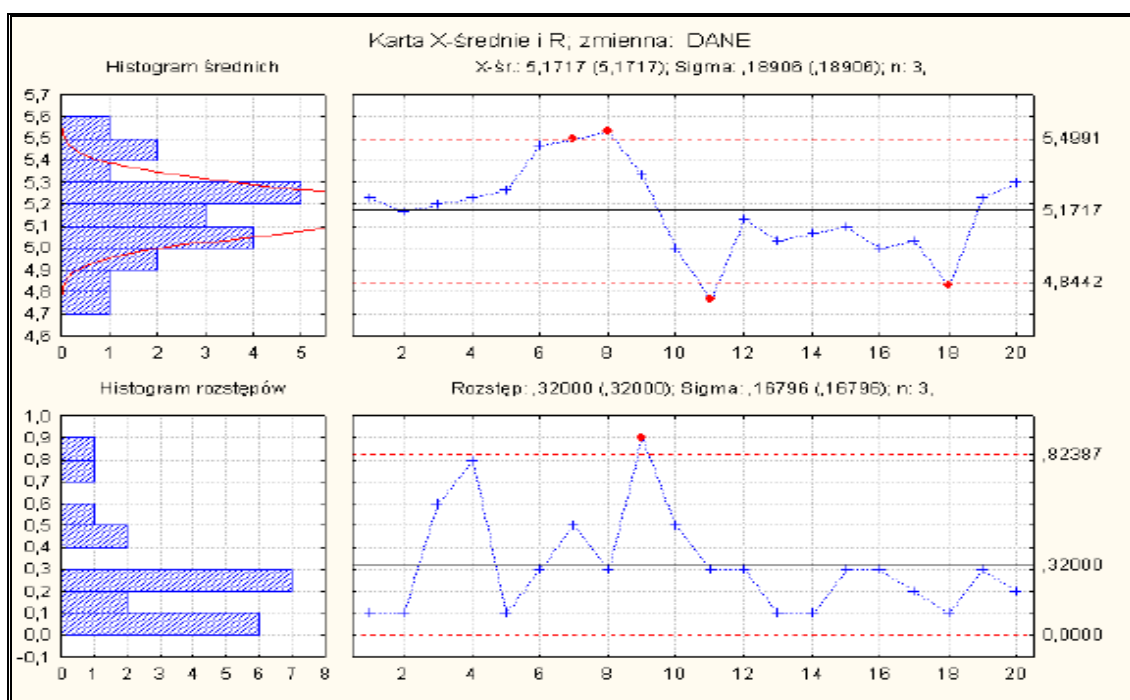
$$DLK = \bar{R} - 3d_3(n) \frac{\bar{R}}{d_2(n)} = D_3(n)\bar{R}$$

$$D_4(n) = 1 + 3 \frac{d_3(n)}{d_2(n)} \quad D_3(n) = 1 - 3 \frac{d_3(n)}{d_2(n)}$$

Rys. 1.2 Przykład karty kontrolnej ujawniającej stabilność procesu



Rys. 1.3. Przykład karty kontrolnej ujawniającej niestabilność procesu



Źródło: www.statsoft.pl

Kolejnym rodzajem kart, są karty oparte na ocenie alternatywnej. Podobnie jak we wcześniejszych kartach, rozważane są dwa przypadki w wyznaczaniu linii kontrolnych procesu: dla znanych wartości normatywnych, oraz dla ich nieznanymi parametrów. Podstawowe typy kart kontrolnych dla zmiennych binarnych są następujące:

Karta kontrolna p

Polega na określeniu frakcji wadliwych elementów procesu. Dla poszczególnych przypadków linie kontrolne wyznacza się:

- 1) przy znanej wadliwości procesu (p)

$$GLK = p + 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \quad LC = p \quad DLK = p - 3\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

- 2) przy nieznannej wadliwości procesu

$$GLK = \bar{p} + 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}} \quad LC = \bar{p} \quad DLK = \bar{p} - 3\sqrt{\frac{\bar{p}(1-\bar{p})}{n}}, \text{ gdzie}$$

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^m \hat{p}_i}{m} \quad \hat{p}_i - \text{frakcja w } i\text{-tej próbie}$$

Karta kontrolna np.

Jest modyfikacją karty kontrolnej p, polegającą na tym, iż zamiast rozpatrywania frakcji elementów wadliwych, określa się ich liczbę. Dla poszczególnych przypadków linie kontrolne są następujące:

- 1) przy znanej wadliwości procesu

$$GLK = np + 3\sqrt{np(1-p)} \quad LC = np \quad DLK = np - 3\sqrt{np(1-p)}$$

- 2) przy nieznannej wadliwości procesu

$$GLK = n\bar{p} + 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} \quad LC = n\bar{p} \quad DLK = n\bar{p} - 3\sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})}$$

Karta kontrolna c

Określa liczbę wad w jednostce wyrobu. Jeżeli Z jest zmienną losową przyjmującą wartości określające liczbę wad w produkcie, to jej rozkład jest zgodny z rozkładem Poissona z parametrem λ . Niekiedy karta ta jest wykorzystywana do badania liczby wadliwych produktów w próbie. Linie kontrolne wyznaczane są:

- 1) przy znanej średniej liczbie wadliwych elementów

$$GLK = c + 3\sqrt{c} \quad LC = c \quad DLK = c - 3\sqrt{c}$$

- 2) przy nieznannej wadliwości procesu

$$GLK = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} \quad LC = \bar{c} \quad DLK = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}}$$

Karta kontrolna u

Pozwala na kontrolę braków w zestawie produktów. Średnią liczbę wad w zestawie oblicza się następująco:

$$\bar{u} = \frac{c}{n}, \text{ gdzie}$$

n- liczba wszystkich produktów

c- liczba wszystkich wad

Linie kontrolne określa się następująco:

$$GLK = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} \quad LC = \bar{u} \quad DLK = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$$

W przypadku gdy liczebność próby jest różna linie kontrolne wyznacza się następująco:

$$GLK = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}} \quad LC = \bar{u} \quad DLK = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n_i}}$$

Wykorzystanie kart kontrolnych pozwala na wykrycie niestabilności produkcji wyrobu w trakcie jego wytwarzania. Pozwala to nie tylko na zmniejszenie kosztów gwarancji, lecz także na zwiększenie niezawodności produktu, a co za tym idzie zadowolenia klienta i zdobycia przewagi na rynku. Oprócz zaprezentowanych podstawowych kart, istnieją jeszcze inne, nieco bardziej skomplikowane. Powstawały one wraz z rozwojem statystyki matematycznej, jak również były odpowiedzią na coraz to bardziej złożone procesy produkcyjne. Do tych kart można zaliczyć między innymi wielowymiarowe karty T² Hotellinga.

Bibliografia:

- 1) Hamrol A., Mantura W., *Zarządzanie jakością – teoria i praktyka*, Wydawnictwo Naukowe PWN, 2002 Warszawa
- 2) Iwasiewicz A., *Zarządzanie jakością*, Wydawnictwo Naukowe PWN, 1999 Warszawa
- 3) Kończak G., *Wykorzystanie kart kontrolnych w sterowaniu jakością w toku produkcji*, AEiKA, 2000 Katowice

Statystyczna kontrola procesu – karty kontrolne Shewharta



Ewelina Kowalska
Koło Naukowe Metod Ilościowych
Przy Katedrze Statystyki
Wydział Zarządzania
Uniwersytet Gdański